

مثال ۱.۱.۱۱. (حل معادله ی لجستیک^۱) فرض کنید x جمعیتی باشد که در معادله ی لجستیک

$$\frac{dx}{dt} = 2x(\lambda - x)$$

صدق می کند که t بر حسب سال است. اگر جمعیت اولیه برابر ۳ واحد باشد، مدت زمانی را بیابید که این مقدار به ۵ واحد می رسد.

حل. اگر این مدت زمان T بر حسب سال باشد پس

$$\begin{aligned} dt &= \frac{dx}{2x(\lambda - x)} \\ \int_0^T dt &= \int_3^5 \frac{dx}{2x(\lambda - x)} \\ T &= \frac{1}{16} \int_3^5 \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{\lambda - x} \right) dx \\ &= \frac{1}{16} \ln \frac{x}{\lambda - x} \Big|_3^5 \\ &= 0.064 \end{aligned}$$

که معادل ۲۳ روز است.

^۱ Logistic Equation